UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/1
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 3 – 19 de junho de 2015 – 08h30

1	**2**	**3**	**4**	**5**	081

Nome	**Cartão**	**Turma**	**Chamada**

0811 1. Encontre o valor da soma da série numérica $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} 4^{k+2} \cdot 7^{1-k}$.

2. Usando uma série geométrica, mostre que $\dfrac{241}{990}$ é o número racional representado pela dízima periódica $0{,}2\overline{43} = 0{,}24343\cdots$.

0812 Classifique cada série numérica dada como absolutamente convergente, condicionalmente convergente, ou divergente, apresentando o(s) teste(s) utilizados e justificando sua classificação.

1. $\displaystyle\sum \left(1 + \tfrac{2}{k}\right)^k$

2. $\displaystyle\sum \frac{(-1)^k \operatorname{sen}(5k)}{k^3}$

0813 1. Obtenha o raio de conv. da série de potências $\displaystyle\sum \frac{k^2}{k^3+6}\,(x-3)^{2k}$.

2. Encontre o intervalo de convergência dessa série, justificando o comportamento nas extremidades do intervalo.

0814 Lembre que $\displaystyle\ln(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k}\,x^k$, com $|x| < 1$, e defina a função $f(x) = x^2\,\ln(1+8x^3)$. Obtenha

1. a série de Maclaurin de $f(x)$ e o raio de convergência dessa série;
2. as derivadas $f^{(125)}(0), f^{(126)}(0)$ e $f^{(128)}(0)$ da função $f(x)$ na origem.

0815 Seja $\displaystyle f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{3k^2+5}\,x^k$, com $|x| < 1$, e escreva $\displaystyle I = \int_0^{1/2} f(x)\,dx$.

1. Obtenha I como a soma de uma série numérica alternada e verifique que essa série satisfaz as hipóteses do Teste da Série Alternada.
2. Obtenha a soma parcial da série numérica obtida no item 1 com o menor número de parcelas que aproxima I com erro menor do que 5×10^{-4}.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/1
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 3 – 19 de junho de 2015 – 10h30

1	2	3	4	5	101

Nome	Cartão	Turma	Chamada

1011 1. Encontre o valor da soma da série numérica $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} 3^{k+2} \cdot 7^{1-k}$.

2. Usando uma série geométrica, mostre que $\dfrac{61}{495}$ é o número racional representado pela dízima periódica $0{,}1\overline{23} = 0{,}12323\cdots$.

1012 Classifique cada série numérica dada como absolutamente convergente, condicionalmente convergente, ou divergente, apresentando o(s) teste(s) utilizados e justificando sua classificação.

1. $\displaystyle\sum \frac{(-1)^k\, 3k}{4k^2+1}$

2. $\displaystyle\sum \frac{5k}{(2k+3)!}$

1013 1. Obtenha o raio de conv. da série de potências $\displaystyle\sum \frac{k}{k^2-2}\,(x+3)^{4k}$.

2. Encontre o intervalo de convergência dessa série, justificando o comportamento nas extremidades do intervalo.

1014 Lembre que $\displaystyle\ln(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k}\, x^k$, com $|x| < 1$, e defina a função $f(x) = x^2\, \ln(1+4x^2)$. Obtenha

1. a série de Maclaurin de $f(x)$ e o raio de convergência dessa série;
2. as derivadas $f^{(106)}(0)$, $f^{(107)}(0)$ e $f^{(108)}(0)$ da função $f(x)$ na origem.

1015 Seja $\displaystyle f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k^2+3}\, x^k$, com $|x| < 1$, e escreva $\displaystyle I = \int_0^{1/3} f(x)\, dx$.

1. Obtenha I como a soma de uma série numérica alternada e verifique que essa série satisfaz as hipóteses do Teste da Série Alternada.
2. Obtenha a soma parcial da série numérica obtida no item 1 com o menor número de parcelas que aproxima I com erro menor do que 5×10^{-4}.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/1
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 3 – 19 de junho de 2015 – 13h30

1	2	3	4	5	131

Nome	Cartão	Turma	Chamada

1311 1. Encontre o valor da soma da série numérica $\sum_{k=0}^{\infty} 4^{k+1} \cdot 7^{2-k}$.

2. Usando uma série geométrica, mostre que $\dfrac{63}{550}$ é o número racional representado pela dízima periódica $0{,}11\overline{45} = 0{,}114545\cdots$.

1312 Classifique cada série numérica dada como absolutamente convergente, condicionalmente convergente, ou divergente, apresentando o(s) teste(s) utilizados e justificando sua classificação.

1. $\sum \dfrac{8k-1}{2k+15}$ 2. $\sum (-1)^k \dfrac{3}{\sqrt[4]{k^5}}$

1313 1. Obtenha o raio de conv. da série de potências $\sum \dfrac{k^2}{k^4+2}(x+5)^{3k}$.

2. Encontre o intervalo de convergência dessa série, justificando o comportamento nas extremidades do intervalo.

1314 Lembre que $\dfrac{1}{1-x} = \sum_{k=0}^{\infty} x^k$, com $|x| < 1$, e defina $f(x) = \dfrac{6x^2}{1+8x^3}$.
Obtenha

1. a série de Maclaurin de $f(x)$ e o raio de convergência dessa série;
2. as derivadas $f^{(125)}(0), f^{(126)}(0)$ e $f^{(128)}(0)$ da função $f(x)$ na origem.

1315 Seja $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^k}{2k^3+4} x^k$, com $|x| < 1$, e escreva $I = \int_0^{1/3} f(x)\,dx$.

1. Obtenha I como a soma de uma série numérica alternada e verifique que essa série satisfaz as hipóteses do Teste da Série Alternada.
2. Obtenha a soma parcial da série numérica obtida no item 1 com o menor número de parcelas que aproxima I com erro menor do que 5×10^{-4}.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/1
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 3 – 19 de junho de 2015 – 15h30

1	**2**	**3**	**4**	**5**	151

Nome	**Cartão**	**Turma**	**Chamada**

1511 1. Encontre o valor da soma da série numérica $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} 3^{k+1} \cdot 7^{2-k}$.

2. Usando uma série geométrica, mostre que 147/1110 é o número racional representado pela dízima periódica $0{,}1\overline{324} = 0{,}1324324\cdots$.

1512 Classifique cada série numérica dada como absolutamente convergente, condicionalmente convergente, ou divergente, apresentando o(s) teste(s) utilizados e justificando sua classificação.

1. $\sum (-1)^k \ln(k+3)$

2. $\displaystyle\sum (-1)^k \frac{5k}{2k^3+2k+1}$

1513 1. Obtenha o raio de conv. da série de potências $\displaystyle\sum \frac{k^2}{k^4-2}\,(x-3)^{5k}$.

2. Encontre o intervalo de convergência dessa série, justificando o comportamento nas extremidades do intervalo.

1514 Lembre que $\displaystyle\frac{1}{1-x} = \sum_{k=0}^{\infty} x^k$, com $|x| < 1$, e defina $f(x) = \dfrac{4x^3}{1+8x^3}$.
Obtenha

1. a série de Maclaurin de $f(x)$ e o raio de convergência dessa série;
2. as derivadas $f^{(186)}(0)$, $f^{(188)}(0)$ e $f^{(189)}(0)$ da função $f(x)$ na origem.

1515 Seja $\displaystyle f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{5k^2+3}\, x^k$, com $|x| < 1$, e escreva $\displaystyle I = \int_0^{1/4} f(x)\,dx$.

1. Obtenha I como a soma de uma série numérica alternada e verifique que essa série satisfaz as hipóteses do Teste da Série Alternada.
2. Obtenha a soma parcial da série numérica obtida no item 1 com o menor número de parcelas que aproxima I com erro menor do que 5×10^{-5}.

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/1
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 3 – 19 de junho de 2015 – 18h30

1	**2**	**3**	**4**	**5**	181

Nome	**Cartão**	**Turma**	**Chamada**

$\boxed{\textbf{1811}}$ 1. Encontre o valor da soma da série numérica $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} 3^{k+2} \cdot 5^{1-k}$.

2. Usando uma série geométrica, mostre que $\dfrac{412}{999}$ é o número racional representado pela dízima periódica $0{,}\overline{412} = 0{,}412412\cdots$.

$\boxed{\textbf{1812}}$ Classifique cada série numérica dada como absolutamente convergente, condicionalmente convergente, ou divergente, apresentando o(s) teste(s) utilizados e justificando sua classificação.

1. $\displaystyle\sum \frac{k^2+1}{4k^2+2}$ 2. $\displaystyle\sum (-1)^k \frac{3^k}{k!}$

$\boxed{\textbf{1813}}$ 1. Obtenha o raio de conv. da série de potências $\displaystyle\sum \frac{1}{k^3+3}\,(x-5)^{2k}$.

2. Encontre o intervalo de convergência dessa série, justificando o comportamento nas extremidades do intervalo.

$\boxed{\textbf{1814}}$ Lembre que $\operatorname{arctg}(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}\, x^{2k+1}$, com $|x| < 1$, e defina a função $f(x) = x^5 \operatorname{arctg}(4x)$. Obtenha

1. a série de Maclaurin de $f(x)$ e o raio de convergência dessa série;
2. as derivadas $f^{(68)}(0)$, $f^{(69)}(0)$ e $f^{(70)}(0)$ da função $f(x)$ na origem.

$\boxed{\textbf{1815}}$ Seja $f(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{5k^2+3}\, x^k$, com $|x| < 1$, e escreva $I = \displaystyle\int_0^{1/3} f(x)\,dx$.

1. Obtenha I como a soma de uma série numérica alternada e verifique que essa série satisfaz as hipóteses do Teste da Série Alternada.
2. Obtenha a soma parcial da série numérica obtida no item 1 com o menor número de parcelas que aproxima I com erro menor do que 5×10^{-4}.